

Reinhard Winkler
TU Wien

Das Maß aller Dinge aus mathematischer Sicht

"Alles, was messbar ist, messen; alles, was nicht messbar ist, messbar machen!" – Also sprach Galileo Galilei und schuf damit das Paradigma der modernen Physik, ja der empirischen Wissenschaften schlechthin. Und was hat die Mathematik dazu zu sagen, insbesondere aus heutiger Sicht? Zwar ist die Mathematik keine empirische Wissenschaft. Doch geht auch in ihr fast alles vom Zählen und Messen aus. Man kann in der Mathematik also kaum fundamentalere Fragen stellen als: Was ist eine Zahl? Was ist ein Maß? In vergangenen Jahren habe ich in diesem Rahmen über die natürlichen und über die reellen Zahlen gesprochen, also über die erste dieser beiden fundamentalen Fragen. Diesmal soll es um die zweite gehen.

Die Mathematik gibt darauf eine denkbar reichhaltige Antwort. Ist doch die Maßtheorie, wie sie – nach jahrtausendelanger Tradition – vor etwa 100 Jahren ungefähr ihre heutige Gestalt annahm, eines der faszinierendsten Teilgebiete der modernen Analysis. Natürlich kann und will mein Vortrag keine Vorlesung darüber sein. Immerhin ist es aber möglich, einige Ideen zu vermitteln, die auch aus Sicht des Schulunterrichts von großem Wert sind. Lassen sie sich doch für Längen-, Flächen- und Volumsmessungen ebenso anwenden wie auf die Begründung der Wahrscheinlichkeitstheorie und Statistik. Selbst das spektakuläre Paradoxon von Banach-Tarski, über das ich im Jahr 2001 schon einmal ausführlicher gesprochen habe (siehe Ausgabe Nr. 33 der Didaktikhefte), steht mit dem Maßbegriff in engstem Zusammenhang.